

Forschungskontor

Hamburg

Dipl. Ing. (FH), Kapt. (AG) Wolf Scheuermann

Lösung der Übungen

Im Anhang der Arbeit zu Knotengraphen [1] sind sechs Übungen zu den darin formulierten Regeln und Sätzen gestellt.

Deren Lösung soll hier gezeigt werden, wobei einzelne Aufgaben durchaus äquivalente Varianten an Lösungen haben können. Nicht alle Varianten werden gezeigt, aber die auftauchenden Probleme untersucht.

Hinweis zur Terminologie

Mit *Knotengraph* bezeichnen wir einen sogenannten *Knotenschatten*. Knotenschatten lassen sich nicht immer eindeutig einem einzigen *Knoten* zuordnen, da mehrere Knoten denselben Schatten werfen können. Außerdem könnten es Schatten von *Verschlingungen* sein.

Um Verwechslungen zu vermeiden nennen *graphentheoretisch* einen "Node" eine *Kreuzung* und "Edge" eine *Part*.

Aufgabe 1

Erzeuge den Knotengraph zur Beschreibung

1 2 K 7 8 7 3 K 9 10 9 8 Z 10 6 2 3 K 4 5 4 6 Z 1 5

Lösung

Schritt 1: Zeichnen der Elemente.

Zählen der Kreuzungen zeigt, daß es sich um einen Knoten oder eine Verschlingung mit sieben Kreuzungen handeln muß.

Schritt 2: Parten verbinden.

Hinweis: an Kreuzungen darf die Numerierung der Parten beliebig angebracht werden. Bei Zweiecken muß die Seite der Bezeichnung erhalten bleiben.

Schritt 3: Knotengraph in Normalform bringen.

Schritt 4: Identifizierung des Knotengraphen.

Es handelt sich hier um den Knotengraph K7.7.1 . Man beachte auch die zugehörige Beschreibung.

Aufgabe 2

Zeige die Äquivalenz zwischen dem Knotengraphen K7.6.1 und K7.6.7.

Lösung

Schritt 1: Knoten K7.6.7

Törnen

Schritt 2: Normalform

Knoten K7.6.1

Schritt 3: Identifizierung

Knoten K7.6.7 ist äquivalent zu K7.6.1.

Aufgabe 3

Reduziere den Knotengraph K7.5.2 auf den Nullknoten. Läuft die Reduktion über den Achtknoten oder über den Überhandknoten?

Lösung

Schritt 1:

Aufgabe 4

Erzeuge einen Knotengraphen mit sieben Kreuzungen aus dem Knotengraph K6.2.2 durch Erweiterung der einzigen Kreuzung.

Lösung 1

Knotengraph K6.2.2

Schritt 1: Erweiterung der markierten Kreuzung *längs*

Schritt 2: Rotation in Normalform

Schritt 3: Identifizierung

Der neu entstandene Knotengraph ist K7.3.3.

Lösung 2

Knotengraph K6.2.2

Schritt 1: Erweiterung der markierten Kreuzung *quer*

Schritt 2: Rotation und Verschiebung in Normalform

Schritt 3: Identifizierung

Der neu entstandene Knotengraph ist K7.6.1.

Aufgabe 5

Ist es der Graph eines Knotens oder einer Verschlingung?

Wir untersuchen K7.6.1.

Lösung

Schritt 1: Reduktion (Variante 1)

Der oben erzeugte Knotengraph gehört zur Klasse (Faser) des *Achtknotens*.

Schritt 2: Reduktion (Variante 2)

Der oben erzeugte Knotengraph gehört zur Klasse (Faser) des *Überhandknotens*.

Problem

Der hier auftauchende *Widerspruch* (festgestellt am 17. Juni 2016) zeigt, daß die in [1] gemachte Vermutung 3, offenbar falsch ist und es weitere *Fundamentalknoten* gibt, welche die Menge der Knotengraphen in Klassen aufteilen., bzw. diese vermutete Äquivalenzrelation existiert nicht.

Auch K7.6.7 reduziert sowohl über den Acht- wie auch den Überhandknoten. Diese Fragestellung erfordert also weitere Untersuchungen.

Aufgabe 6

Reduziere den Knotengraph V6.0.

Lösung

Knotengraph V6.0 mit bezeichneten Parten und Kreuzungen.

Reduktion nach Erweiterung

Schritt 1: Der Knotengraph muß in eine Form gebracht werden, welche die Anwendung der Regel erlaubt.

Schritt 2: Reduktion

Der Knotengraph V6.0 stellt also eine Verschlingung 3. Grades dar.

Schritt 4: Illustration

Umzeichnung in ein Knotendiagramm:

Krupp-Symbol
oder
Chinesische Ringe

Quellen

- [1] Knoten v2.0
Dipl.-Ing.(FH) Kapt.(AG) Wolf Scheuermann
Toppsegelschoner "Albatros", DEQZ 2012-2014